גירסה 1

104016 – אלגברה 1/מ
מבחן מועד א' נוסף , תשס"ח, 4.5.08

שם משפחה :

שם פרטי :

מספר סטודנט :

קראו את ההנחיות הבאות בטרם תתחילו לפתור את הבחינה :

- משך הבחינה : שלוש שעות.
- יש לענות רק על טופס המבחן. מחברות טיוטא לא יאספו.
- אסור כל חומר עזר ואסור מחשבון.
- במבחן זה 10 שאלות ו- 13 תשובות נכונות. לכל שאלה יש לפחות תשובה אחת נכונה, אך לא יותר משתי תשובות נכונות. בנוסף יש שתי שאלות שיעורי בית עליהן יש לתת פתרון מלא.
- כל תשובה נכונה בטבלה ערכה 6 נקודות. ערכן של שאלות שיעורי הבית הוא 10 נקודות לכל שאלה.
- אין לסמן יותר מ- 13 סימונים בטבלת התשובות. על כל סימון בטבלה מעבר ל- 13 סימונים יורדו 6 נקודות.
- על כל סימון בטבלה מעבר ל-2 תשובות נכונות לשאלה, יורדו 6 נקודות.
- אין הורדת נקודות על תשובות לא נכונות, אלא רק על מספר סימונים חורג כמפורט בסעיפים הקודמים.

שאלות 11, 12:
שתי הטענות נכונות

טבלת תשובות

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
א	×	×				×	×	×		×
ב			×	×					×	
ג		×			×					
ד					×				×	

לשימוש הבודקים בלבד:

מספר סימונים	
מספר סימונים נכונים	
ציון על השאלות הסגורות	
ציון שאלת שעורי בית 11	
ציון שאלת שיעורי בית 12	
ציון כולל שאלות 1- 4	
ציון סופי	

- הדף האחרון הוא דף מעקב לסטודנט וניתן לתלישה מהמחברת לצורך מעקב.

שאלה 1

נתונה המשוואה $z^6 = z$. אז

א. למשוואה יש 6 פתרונות.

ב. למשוואה יש 4 פתרונות w כך ש $\mathrm{Re}(w) \le 0$.

ג. למשוואה יש 7 פתרונות.

ד. למשוואה יש 3 פתרונות w כך ש $\mathrm{Im}(w) > 0$.

שאלה 2

עבור שתי מטריצות ממשיות $A,\ B$ מסדר $n\times n$ $(n\geq 2)$ מתקיים:

א. אם $(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$ אז $(A-B)(A+B)=(A+B)(A-B)$.

ב. אם $A,\ B$ אנטי-סימטריות אז $tr(AB)=0$.

ג. אם $A\cdot A^T=0$ אז $A^T\cdot A=0$.

ד. אם $A^2=B$ ו- $B^2=A$ אז $A=0$ או $A=I$.

שאלה 3

נתונה מערכת משוואות בנעלמים x, y, z ופרמטר $a \in \boldsymbol{C}$:

$$\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ 2ax + (a+1)y + (a+1)z = a+1 \\ ax + (2a-1)y + (a^3 + 2a - 2)z = 3a - 2 \end{cases}$$

אז:

א. לכל ערך של a יש למערכת פתרון.

ב. קיים ערך של a עבורו למערכת יש אינסוף פתרונות עם שתי דרגות חופש.

ג. אם למערכת יש פתרון יחיד אז בהכרח $y \neq 0$.

ד. קיים ערך יחיד של a עבורו למערכת יש אינסוף פתרונות.

שאלה 4

יהיו U, W שני תת-מרחבים של מרחב וקטורי V.

נתון כי $U \neq W$, $\{u_1, u_2\}$ בסיס ל- U, ו- $\{w_1, w_2\}$ בסיס ל- W. אז:

א. אם $\{u_1, u_2, w_1\}$ בסיס ל- $U+W$, אז $w_2 \in U \cap W$.

ב. אם הקבוצה $\{u_1, u_2, w_1\}$ תלויה לינארית, אז $\{u_1, u_2, w_2\}$ בסיס ל- $U+W$.

ג. הקבוצה $\{u_1, u_2, w_1, w_2\}$ היא בסיס ל- $U+W$.

ד. אם הסכום $U+W$ אינו סכום ישר, אז $U \bigcup W$ הוא תת-מרחב של V.

שאלה 5

יהי V מרחב המטריצות הממשיות מסדר 3×3. נתונות ארבע קבוצות.

סמנו את הקבוצות המהוות תת מרחב של V.

א. קבוצת כל המטריצות ב- V ששורותיהן תלויות לינארית.

ב. קבוצת כל המטריצות ב- V ששורותיהן בלתי תלויות לינארית בתוספת מטריצת ה- 0.

ג. קבוצת כל המטריצות B ב- V כך שקיימת מטריצה A ב- V המקיימת $B = A + A^T$.

ד. קבוצת כל המטריצות ב- V כך שסכום ריבועי האיברים באלכסון הוא 0.

שאלה 6

תהיינה A ו- B שתי מטריצות ממשיות מסדר 7×7. נתון כי $|B|=-2$ ו- $A\cdot A^T\cdot A+2B^{-1}=0$.

אז הדטרמיננטה של $Adj(A^{-1}B^2(B^T)^{-1})$ היא:

א. $\frac{1}{64}$ ב. -128 ג. $\frac{-1}{128}$ ד. 64

שאלה 7

יהי $T:\boldsymbol{R}^2 \to \boldsymbol{R}^2$ אופרטור לינארי ו- $\{u,v\}$ בסיס ל- $\boldsymbol{R}^2$. נתון שלפי הבסיס $\{u,\ u+v\}$ המטריצה המייצגת של T היא $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. מהי המטריצה המייצגת של T לפי הבסיס $\{u,\ v\}$?

א. $\begin{pmatrix} a+c & -a+b-c+d \\ c & -c+d \end{pmatrix}$

ב. $\begin{pmatrix} a+c & b+d \\ c & d \end{pmatrix}$

ג. $\begin{pmatrix} a-c & a+b-c-d \\ c & c+d \end{pmatrix}$

ד. $\begin{pmatrix} a+b & b \\ -a-b+c+d & -b+d \end{pmatrix}$

שאלה 8

יהי V המרחב הוקטורי של המטריצות 2×2 מעל $\boldsymbol{C}$.

תהי $T:V\to V$ העתקה לינארית המוגדרת על ידי $T(A)=A-2A^T$.

אז הפולינום האופיני של T הוא:

א. $\Delta(\lambda)=(\lambda+1)^3\ (\lambda-3)$.

ב. $\Delta(\lambda)=(\lambda+1)^2(\lambda-1)(\lambda+3)$.

ג. $\Delta(\lambda)=(\lambda+1)\ (\lambda-3)^3$.

ד. $\Delta(\lambda)=(\lambda+1)^3\ (\lambda+3)$.

שאלה 9

תהי $A=\begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, כש- a, b הם פרמטרים ממשיים. אז:

א. A לכסינה אם ורק אם $a \neq 0, 3$.

ב. יש ערך יחיד של a עבורו A לא לכסינה לכל b .

ג. יש ערך יחיד של a עבורו A לכסינה לכל b .

ד. יש ערך יחיד של a עבורו מתקיים: A לכסינה אם ורק אם $b=-a$.

שאלה 10

יהי V מרחב הפולינומים הממשיים ממעלה ≥ 2 (מעל $\boldsymbol{R}$).

נגדיר ב- V מכפלה פנימית על ידי $\langle p(x),\ q(x)\rangle = p(-1)\cdot q(-1) + p(0)\cdot q(0) + p(1)\cdot q(1)$.

יהי $B=\{1,\ x,\ x^2\}$ בסיס ל- V.

הבסיס האורתונורמלי של V שמתקבל מ- B ע"י ביצוע תהליך גרם-שמידט, ביחס למכפלה הפנימית הנ"ל, הוא:

א. $\left\{\frac{1}{\sqrt{3}},\ \frac{x}{\sqrt{2}},\ \sqrt{\frac{3}{2}}\left(x^2-\frac{2}{3}\right)\right\}$

ב. $\left\{\frac{1}{\sqrt{3}},\ \frac{x}{\sqrt{2}},\ \frac{x^2}{\sqrt{2}}\right\}$

ג. $\left\{\frac{1}{3},\ \frac{x}{2},\ \frac{3}{2}x^2-1\right\}$

ד. $\left\{\frac{1}{\sqrt{3}},\ \frac{x}{\sqrt{2}},\ \frac{1}{\sqrt{2}}(x^2-1)\right\}$

שאלות שיעורי הבית:

שאלה 11

הוכח או הפרך את הטענה הבאה:

אם $T:V\to V$ הוא טרנספורמציה לינארית המקיימת $Ker(T)=Ker(T^2)$ אז $Im(T)=Im(T^2)$.

שאלה 12

הוכח או הפרך את הטענה הבאה:

תהי A מטריצה 6×6 כך ש- $trace(A)=10$, $rank(A-2I)=4$ ו- $rank(A-I)=3$. אז A לכסינה.

דף ריק למקרה הצורך

דף מעקב לנבחן

104016 – אלגברה 1/מ **גירסה 1**

מבחן מועד א' נוסף, תשס"ח, 4.5.08

שם משפחה : שם פרטי :

מספר סטודנט :

קראו את ההנחיות הבאות בטרם תתחילו לפתור את הבחינה :

- משך הבחינה : שלוש שעות.
- יש לענות רק על טופס המבחן. מחברות טיוטא לא יאספו.
- אסור כל חומר עזר ואסור מחשבון.
- במבחן זה 10 שאלות ו- 13 תשובות נכונות. לכל שאלה יש לפחות תשובה אחת נכונה, אך לא יותר משתי תשובות נכונות. בנוסף יש שתי שאלות שיעורי בית עליהן יש לתת פתרון מלא.
- כל תשובה נכונה בטבלה ערכה 6 נקודות. ערכן של שאלות שיעורי הבית הוא 10 נקודות לכל שאלה.
- אין לסמן יותר מ- 13 סימונים בטבלת התשובות. על כל סימון בטבלה מעבר ל- 13 סימונים יורדו 6 נקודות.
- על כל סימון בטבלה מעבר ל-2 תשובות נכונות לשאלה, יורדו 6 נקודות.
- אין הורדת נקודות על תשובות לא נכונות, אלא רק על מספר סימונים חורג כמפורט בסעיפים הקודמים.

טבלת תשובות

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
א										
ב										
ג										
ד										

ביקורת:

מספר ה- X

שסימנתי: